الانحلالية في نماذج النقل

(مسبباتها واختلاف وجهات النظر حول إمكانية تحسين الحل في وجودها)

عبد الله محمد الشيخ • و إمحمد مصطفي بازينة • و هاجر أحمد الشريف •

ملخص

تعتبر ظاهرة الانحلال إحدى الحالات الخاصة التي تواجه نماذج البرمجة الخطية بصفة عامة ونماذج النقل بصفة خاصة، فظهور هذه الظاهرة يُعد عائقاً أمام تحسين الحل، ونظراً لوجود قصور في الكتب المتاحة من حيث تناولها لهذا الموضوع، تم تقديم هذه الورقة كدراسة تحليلية وأداة تشخيصية هامة من أجل إلقاء الضوء عليها والكشف عن الغموض الذي يعتريها، وللإجابة على بعض التساؤلات التي تشوبها، ككيفية التعرف عليها وتحديدها؟ وتحديد مواضع ظهورها، بمعنى آخر، في أي مراحل الحل (الجدول المبدئي وجداول التحسين) يمكن أن تظهر؟ بالإضافة إلى تحديد العوامل الكامنة وراء ظهورها (مسبباتها)؟ وأخيراً تحليل آراء الكتاب حولها، وبالتالي معرفة ما مدي صحه الطرق المستخدمة من قبلهم في علاجها.

الكلمات الدالة: ظاهرة الانحلال، البرمجة الخطية، نماذج النقل، القدرة الاستيعابية، الطاقة الإنتاجية، الحل المبدئي، جداول التحسين.

1- مقدمة

بحوث العمليات Operational Research (OR) هي فرع من فروع علم الرياضيات التطبيقية الحديثة، وتستخدم لغرض التقليل من درجة الاعتماد على الحدس والتخمين والتجربة، وبدلاً من ذلك يتم التركيز على الأساليب المنطقية وإحلال الطرق العلمية (الأساليب الرياضية والتحليلات الإحصائية) لتحليل المعلومات، ويشمل ذلك فحص الخصائص البارزة لمحاور المشكلة وتحديد الأسلوب الرياضي المناسب لحل هذه المعضلة الواقعية المعقدة، ومن تم تحديد الحلول الممكنة بناء على الإمكانات المتاحة. كل ذلك يتم عبر طرق منطقية رياضية، يطلق عليها نماذج بحوث العمليات Operational Research Models) ويمكن الإشارة إلى النموذج الواحد منها على أنه أشبه بإطار رياضي تحليلي يتم انتقاؤه من بين نماذج عديدة لتوضع فيه المشكلة (الموضوع) بغية معالجتها، ورغم أنه إطار محدد معتمد علمياً، إلا أنه إطار مرن قابل للتطويع وفقاً لطبيعة المشكلة، وهذه النماذج المعتمدة عالمياً ليست متجانسة، كما أنها لا تعالج نفس الموضوعات أو موضوعات معينة بذاتها، بل أنها جميعها تبحث في الحل الأمثل وفقاً لنوع وطبيعة المسائل، وقد حقق استخدام أساليب بحوث العمليات Operational Research Methods نجاحاً واسعاً في مختلف مجالات الحياة عبر العالم، الأمر الذي أدى إلى تعدد نماذجها حيث يستخدم كل نموذج للوصول إلى حل مشكلة معينة كمشاكل البرمجة الخطية Linear programming (LP) ونظرية صفوف الانتظار (Queuing Theory) نظرية المباراة (Game Theory) ونماذج النقل (Transportation Models)... الخ.

تتناول هذه الورقة نموذج النقل الذي يستخدم في تحديد الخطة المثلى لنقل عنصرٍ ما، من مصدرٍ ما Source أو عددٍ من المصادر، إلى جهةٍ ما Destination أو عددٍ من الجهات بأقل تكلفة نقل ممكنة. وقد زادت أهمية نموذج النقل مع ظهور وفورات الإنتاج الكبير بعد الثورة الصناعية، فتطبيق هذه النموذج في حالات الإنتاج الكبير يوفر كماً كبيراً من الأموال ويزيد من القدرة التنافسية للمنظمة.

تُنسب فكرة ظهور هذا النموذج إلى عالم الرياضيات هيتشكوك (Hitchcock) في سنة 1941، عندما قدم دراسة بعنوان

• قسم إدارة الأعمال، كلية الاقتصاد والعلوم السياسية، جامعة مصراتة، ليبيا، ايميل: ae201@kentforlife.net

توزيع الإنتاج من عدد من المصادر إلى عدد من الجهات، وقد تطور هذا النموذج بعد النقلة النوعية في علم بحوث العمليات التي أحدثها العالم الامريكي جورج دانتزك (George Dantzig) سنة 1948، عندما قدم طريقته الذكية التي تسمى طريقة السمبلكس (Simplex Method) والتي استخدمت في حل مشاكل النقل باعتبارها حالة خاصة من حالات البرمجة الخطية، في سنة 1957 قدم العالم كوبمانز (Koopmans) دراسة بعنوان (التخصيص المثالي لنظام النقل) التي ساهمت في تطوير هذا النموذج، في سنة 1951 قدم دانتزك طريقة التوزيع المعدل (Modified Distributing Method) للحصول على الحل الأمثل في نماذج النقل، في سنة 1954 اكتشفت طريقة حجر التخطي أو ما يعرف بالمسار المتعرج من قبل شارنس وكوبر (Sharins and Kubir) التي يعتبر استخدامها أيسر من استخدام طريقة السمبلكس.

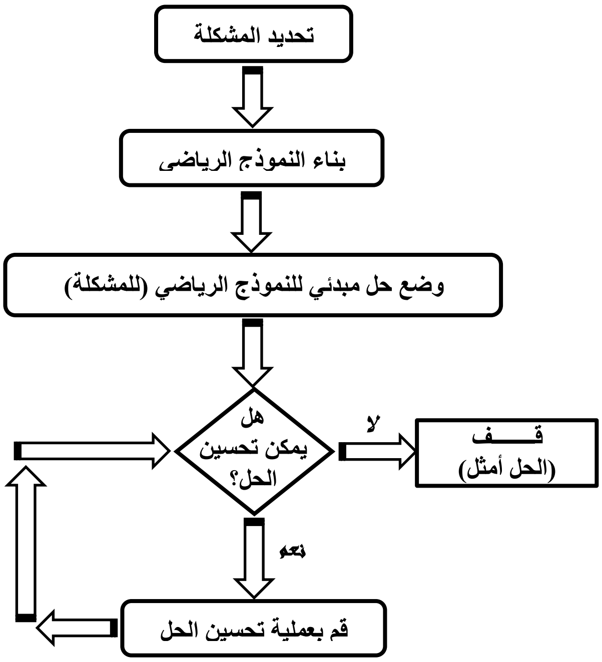
1- خطوات اتخاذ القرار في نماذج النقل:

اتخاذ القرار باستخدام أسلوب بحوث العمليات بصفة عامة وفي مشاكل النقل بصفة خاصة يبدأ بتحديد أو تعريف المشكلة، ومن ثم بناء نموذج رياضي Mathematical Model، ويلي ذلك عملية حل هذا النموذج، والتي عادةً ما تتم عن طريق خطوتين أساسيتين، في الخطوة الأولى يتم وضع حل مبدئي(Initial Solution) للمشكلة ومن ثم تبدأ عملية التحسين (Optimization Process) للحل وصولاً للحل الأمثل (Optimal Solution).

ويمكن توضيح هذه الخطوات بناءً على الرسم التخطيطي المتمثل في الشكل (1):

1.1 تحديد المشكلة:

تنحصر مشكلة النقل في تحديد الكمية المراد نقلها من كل نقطة من نقاط العرض (المصانع) إلى كل نقطة من نقاط الطلب (المخازن)، على أن تكون تكلفة النقل الكلية عند أقل مستوى لها، وفي مسائل النقل فإن العلاقة بين متغيرات المشكلة هي علاقات خطية وتعتبر حالة خاصة من البرمجة الخطية، لأن كل إشارات قيود المشكلة عبارة عن علامة (=) ودالة هدفها ترمي دائماً للتقليل (Minimization).



الشكل رقم (1) خطوات الحل عند تطبيق نموذج النقل

2.1 بناء النموذج الرياضي للمشكلة:

النموذج الرياضي عبارة عن دالة هدف (Objective Function) ومحددات للمشكلة (القيود Constraints)، ودالة الهدف هنا عبارة عن دالة ترمي لتقليل (Minimization) التكاليف، والقيود تنقسم إلى قيود عرض وعددها يساوي m (عدد نقاط العرض) وأخرى للطلب وعددها يساوي n (عدد نقاط الطلب)، والحل الأمثل للنموذج يعني إيجاد قيم المتغيرات (الكمية التي يجب نقلها من كل مصنع إلى كل مخزن) بالقدر الذي يحقق أقل تكلفة، وبالتالي يكون النموذج الرياضي كالتالي (Taha, 2007, 75):

$$Minimize\ \ Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}\, X_{ij} \quad \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(1)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = a_i \qquad i = 1,2, \dots \dots \dots .\, m \quad \_\_\_\_\_\_\_\_(2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = b_j \qquad j = 1,2, \dots \dots \dots .\, n \quad \_\_\_\_\_\_\_\_(3)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{m} b_j \quad \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(4)$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(5)$$

حيث أن:

X_{ij} = عدد الوحدات المنقولة من المصدر (العرض) i الي نقاط الاستهلاك (الطلب) j . C_{ij} = كلفة نقل الوحدة من المصدر الانتاجي i الي نقاط الطلب j .

a_i = الطاقة الإنتاجية لنقطة العرض i.

b_j = الطاقة الاستيعابية لنقطة الطلب j .

i = عدد نقاط العرض $(i = 1,2, \dots \dots \dots .\, m)$.

j = عدد نقاط الطلب $(j = 1,2, \dots \dots \dots .\, n)$.

المعادلة (1) تمثل دالة هدف النموذج التي ترمي إلى تقليل التكلفة الكلية للنقل، المعادلة (2) تمثل قيود العرض التي تشترط أن عدد الوحدات المنقولة من كل مصدر يجب أن تساوي القدرة الإنتاجية لذلك المصدر، المعادلة (3) تمثل قيود الطلب وهي أن عدد الوحدات المنقولة إلى كل نقطة استهلاك يجب أن تساوي القدرة الاستيعابية لتلك النقطة، المعادلة (4) تمثل شرط تساوي إجمالي عدد الوحدات المعروضة من جميع المصادر (المصانع) مع إجمالي القدرة الاستيعابية لكل نقاط الاستهلاك (المخازن)، المعادلة (5) تمثل شرط عدم السلبية وهو أن عدد الوحدات المنقولة من كل مصدر إلى كل نقطة استهلاك (X_{ij}) يجب أن تكون قيمها غير سالبة (أكبر من أو تساوي الصفر).

يمكن استخدام طريقة السمبلكس (Simplex) في حل هذا النموذج، إلا أنه هنالك طرق أخرى أيسر من هذه الطريقة، منها طريقة التوزيع المعدلة، وطريقة حجر التنقل (Stepping Stone Method) والتي تعتبر أيسرها جميعاً، وهي التي سنخضعها للدراسة والتحليل في هذه الورقة لمعرفة نقاط ضعفها.

3.1 إعداد الحل المبدئي:

يتم وضع الحل المبدئي لمشكلة النقل على شكل جدول (مصفوفة من نوع $(m \times n)$) ، حيث إن m تمثل الصفوف وهي (عدد مراكز الإنتاج)، n تمثل عدد الأعمدة (عدد مراكز التوزيع)، ويوجد ثلاثة طرق متعارف في تعبئة (شحن) خلايا هذا الجدول وهي كالتالي:

<u>طريقة الزاوية الشمالية الغربية (North West Corner Method)</u>: في هذه الطريقة يبدأ شحن الجدول من الخلية الواقعة في الزاوية الشمالية الغربية على أن يتم شحنها بكمية الطاقة الإنتاجية أو الطاقة الاستيعابية المناظرة لها (أيهما أقل)، ثم يتم قفل باقي خلايا الصف أو العمود (Row or Column) المناظر لتلك الخلية (أيهما أقل)، أما إذا تساوت الطاقة الإنتاجية مع الطاقة الاستيعابية يتم قفل الأثنين معاً (الصف والعمود)، بعد ذلك ننتقل لشحن خلية أخرى باتجاه الزاوية الجنوبية الشرقية (South East-Comer)، وتستمر عملية شحن الخلايا وقفل الأخريات إلى نهاية الجدول، بمعنى أخر تستمر عملية الشحن هذه إلى حين يتم نقل كافة الكميات من مصادرها إلى مراكز استخدامها.

طريقة التكلفة الاقل (Least Cost Method): هذه الطريقة تعتمد تقريباً على نفس الفكرة، إلا أنها تأخذ في الاعتبار تكاليف النقل، أي أنها تبدأ بشحن الخلية ذات التكلفة الاقل، وذلك بتخصيص أكبر كمية ممكنة لها (الطاقة الإنتاجية أو الطاقة الاستيعابية أيهما أقل)، ثم نقفل الصف أو العمود وتستمر العملية حتى يتم شحن أو قفل كل خلايا الجدول.

طريقة الجزاء (Method Penult): تسمى هذه الطريقة أيضاً بطريقة فوجل التقريبية (Vogel's Approximation Method) ، تعتمد أيضاً على نفس الفكرة السابقة، باستثناء تحديد الخلايا المراد شحنها أولاً، فهنا يتم تحديد أولويات الشحن كالتالي: يتم تحديد قيمة الجزاء لكل صف وكل عمود، وذلك بطرح أقل تكلفة موجودة في ذلك الصف أو العمود من التكلفة التي تليها في القيمة (تعلوها مباشرةً)، بعد ذلك نبدأ بشحن الصف أو العمود الذي يحتوي على أكبر قيمة جزاء، وذلك عن طريق شحن الخلية التي تحتوي على أقل تكلفة في ذلك الصف أو العمود، ويتم تكرار الخطوات السابقة إلى حين نقل كافة الكميات المتوفرة في المصادر إلى مراكز الطلب.

4.1 هل يمكن تحسين الحل؟

وتسمى هذه الخطوة أيضاً باختبار المثالية (Optimality Test)، وفيها يتم فحص الحل لمعرفة ما مدى إمكانية تحسينه؟ بمعنى هل الحل الذي تم الوصول إليه حل أمثل أم لا؟ ويتم ذلك عن طريق اختبار كل الخلايا الغير مشحونة، وذلك برسم مسار مغلق يبدأ من الخلية المراد اختبارها مروراً بخلايا أخرى لتكوين شكل مضلع ومن ثم العودة الي نفس الخلية، ويشترط في هذا المضلع أن تكون رؤوسه خلايا مشحونة باستثناء الخلية المراد شحنها، ويحمل هذا المضلع على رؤوسه إشارات موجبة وسالبة، تكون إشارة الخلية الغير مشحونة (+) وإشارة الخلية التي تليها مباشرةً (–) ثم نتبعها بإشارة (+) ثم (–) وهكذا... بعد ذلك نحسب دليل التحسين، وذلك بجمع التكاليف الموجودة علي رؤوس المضلع مع الأخذ في الاعتبار نوع الإشارة (– أو +). ثم يتم تكرار الخطوات السابقة لجميع الخلايا الغير مشحونة، بمعنى إيجاد مضلع لكل خلية غير مشحونة ومن ثما حساب دليل تحسينها.

إذا تبين أن حاصل جمع دليل التحسين لكل الخلايا الغير مشحونة قيمه موجبة، هذا يعني أن هذا الحل لا يمكن تحسينه وهو الحل الأمثل (Optimal Solution)، وبالتالي يجب التوقف عن الحل، أما إذا تبين أن خلية ما أو أكثر كان حاصل جمع دليل تحسينها قيمة سالبة فهذا يعني أن هذا الحل ليس أمثلاً، وأنه يجب الاستمرار في عملية تحسين الحل كما في الخطوة التالية.

5.2 عملية تحسين الحل:

الفكرة الأساسية في عملية تحسين الحل وصولاً للحل الأمثل باستخدام الطريقة قيد الدراسة (طريقة حجر التنقل)، تبدأ بتحديد مضلع الخلية التي يمكن استخدامها في تحسين الحل (الخلية التي دليل تحسينها يساوي أكبر رقم يحمل إشارة سالبة)، ويتم تحسين الحل عن طريق شحن (تعبئة) هذه الخلية عن طريق نقل كمية معينة من خلايا المضلع التي تحمل إشارة (+) إلى الخلايا التي تحمل إشارة (–) وهذا بدورة يخفض التكلفة الإجمالية للنقل، ويجب أن تتم هذه العملية بالشكل الذي يحافظ على توازن الجدول (لا تزيد ولا تقل الكميات المنقولة عن القدرات الإنتاجية ولا الاستيعابية)، ويمكن القيام بذلك كالتالي: أولاً نحدد أقل كمية تحتوي إشارة سالبة على ذلك المضلع، ثم نطرح هذه الكمية من خلايا رؤوس المضلع ذات الإشارة السالبة، ونجمع هذه الكمية مع خلايا رؤوس المضلع ذات الإشارة الموجبة، ثم يتم إعادة اختبار مثالية الحل مرة أخرى ويتم تحسين الحل إذا تطلب الأمر ذلك. وهكذا تستمر العملية حتى يتم الحصول على الحل الأمثل.

3.مشكلة الدراسة:

تهدف هذه الدراسة لإلقاء الضوء على معضلة معينة تسمى الانحلال (Degeneracy) التي تصاحب طريقة حجر التنقل أحياناً، والتي تكون عائقاً أمام عملية تحسين الحل، تحدث هذه الظاهرة عندما يكون عدد الخلايا المشحونة بالجدول اقل من عدد الصفوف مضافا إليها عدد الأعمدة مطروحاً منها واحد (عدد الخلايا المستخدمة أصغر من $m + n - 1$)، بمعنى أخر لا يمكن تحسين الحل بسبب النقص في عدد الخلايا المشحونة، وبالتالي عدم إمكانية إيجاد مضلع اختبار لكل الخلايا الغير مشحونة، وبالتالي عدم معرفة مدى امكانية

تحسين الحل من عدمه. هذه الدراسة بمثابة أداه تشخيصية للبحث في هذه الظاهرة لمعرفة كيف تحدث وفي أي مرحلة من مراحل الحل يمكن أن تظهر وما هي مسبباتها وطرق علاجها، وما هو رأي الكتاب فيها؟

i. بعد الاطلاع ومراجعة ادبيات الموضوع، تبين أنه لا يوجد اتفاق شامل بين المؤلفين حول كيفية علاجها، فهنالك فريق منهم لم يتعرضوا لمناقشة هذه الظاهرة أصلاً كالمنصوري (1996)، حسين (1999)، الكبيسي (1999)، مرجان (2002)، العتوم (2005)، الفياض (2007)، الجواد(2008)، الشيخ (2009)، حسين (2009)، حمدان (2010)، الفضل (2010)، Juraj (2014)، Taha (2007) .

والفريق الأخر كفرحات (1998)، الصفدي (1999)، كعبور (1992)، الجنابي (2010)، والنعيمي (2011)، الموسوي (2009)، وعبيدات (2005)، وعزام (2003)، (2010) Lieberman، Murthy (2007) ، ناقشوا هذه الظاهرة وراوا بأنه يمكن تحسين الحل في ظل وجود الظاهرة، وذلك بالتحايل عليها عن طريق شحن إحدى الخلايا الغير مشحونة بقيمة صفر، وبالتالي يصبح عدد الخلايا المستخدمة يساوي ($m + n - 1$)، وتجدر الإشارة هنا إلى أنه لا توجد قاعدة ثابتة في تحديد الخلية التي يجب شحنها بالصفر، عدا أنه يتم اختيار الخلية التي تُمكن من إيجاد مضلع اختبار لكل خلية غير مشحونة.

وبعد تكثيف البحث في المراجع الأجنبية المتاحة تبين أنه هنالك طريقة أخرى تستخدم للتغلب على هذه الظاهرة، فقد وجدت هذه الطريقة تدرس في احدى المواد الدراسية والتي تسمى Quantitative Techniques for Managers ورمز هذه المادة (MBA -H2040) (انظر الموقع الإلكتروني المدون بقائمة المراجع الأجنبية رقم 5)، يمكن استخدام هذه الطريقة في تفادي ظاهرة الانحلال عندما يكون هناك مؤشر لحدوثها (تساوي إحدى نقاط الطلب مع إحدى نقاط العرض)، وذلك بإضافة قيمة (d) بنسب مختلفة إلى نقاط الطلب ونقاط العرض من أجل جعل قدراتها تختلف (القضاء على حالة التساوي)، وسيتم توضيح هذه الطريقة لاحقاً عند الإشارة لبعض القصور في هذه الطريقة.

ويمكن تلخيص أهداف هذه الورقة في الإجابة على التساؤلات التالية والتي لم تناقش- على الأقل حسب علمنا- في الكتب المتاحة:

- أين وكيف يمكن أن تظهر هذه الظاهرة؟ وما هي العوامل التي تؤدي إلى ظهورها؟
- ما مدى صحة وجهات النظر المختلفة للكتاب من حيث إمكانية تحسين الحل في ظلها؟
- ما هي نقاط ضعف الطرق المستخدمة في علاجها؟

3. الدراسة التحليلية للظاهرة:

ومن أجل الوصول إلى الإجابة الوافية للتساؤلات السابقة سيتم تحليل هذه الظاهرة وإلقاء الضوء على بعض خفاياها وهي كالتالي:

1.3 أين وكيف تظهر هذه الظاهرة؟ وما العوامل التي تؤدي إلى ظهورها؟

نستطيع أن نؤكد هنا بأن ظاهرة الانحلال يمكن أن تظهر في أي مرحلة من مراحل الحل، بمعنى آخر، أن هذه الظاهرة يمكن أن تظهر أثناء إعداد الجدول المبدئي أو عند إعداد جداول تحسين الحل، وسيتم توضيح ذلك كالتالي:

a) عند إعداد الجدول المبدئي:

عند فحص وتحليل هذه الظاهرة، تبين أنها يمكن أن تظهر عند إعداد الجدول المبدئي في حالتين اثنتين، وذلك بسبب وقوع أحد أو كل العوامل التالية:

i. عند تساوي القدرة الإنتاجية لأحدى نقاط العرض مع القدرة الاستيعابية لأحدى نقاط الطلب:

أن تساوي الطاقة الإنتاجية لنقطة عرض ما مع الطاقة الاستيعابية لنقطة طلب تعتبر حالة خاصة في مشاكل النقل، وهذه الحالة تؤدي إلى حدوث ظاهرة الانحلال، ويمكن تفسير ذلك كما يلي: عند القيام بتعبئة خلايا جدول النقل في الحالة الاعتيادية (الطاقة الإنتاجية ≠ القدرة الاستيعابية)، يتم شحن الخلية بمقدار الطاقة الإنتاجية أو الاستيعابية المناظرة لها (أيهما أقل)، بمعنى أخر إذا كانت الطاقة الإنتاجية لنقطة الطلب أكبر من القدرة الاستيعابية لنقطة العرض، يتم قفل

صف تلك الخلية، أما إذا كان العكس فيتم قفل عمود تلك الخلية، أي أنه في الحالة الاعتيادية يتم قفل صف أو عمود فقط، وبناءً على ذلك تتحدد عدد الخلايا المشحونة، والتي يكون عددها في النهاية يساوي $(m+n-1)$.

إلا أنه في الحالة الخاصة (الطاقة الإنتاجية المناظرة للخلية تساوي القدرة الاستيعابية)، يتم قفل الأثنين معاً (الصف والعمود في ذات الوقت)، وذلك لأن كمية إنتاج تلك النقطة قد خصصت/ نقلت كلها إلى المخزن المناظر لتلك الخلية،

	y_1	y_2	y_3	
x_1	1	4	5	20
x_2	10	2	3	40
x_3	6	7	7	60
	30	40	50	120

جدول 1 (a): مشكلة نقل متكونة من أربعة نقاط عرض وأربعة نقاط طلب (4×4)

في الجدول 1 (a) نلاحظ أن القدرة الإنتاجية لنقطة العرض (x_2) القدرة الاستيعابية لنقطة الطلب (y_2) متساوية فكلاً منهما تساوي (40)، وعند إعداد الجدول المبدئي بناءً على طريقة التكلفة الاقل يتم شحن الخلية $(x_1 \;\; y_1)$ أولاً وبكمية وقدرها (20) لأنها تشتمل على أقل تكلفة، وبهذا يتم قفل باقي خلايا الصف (x_1) كما يظهر بالجدول 1 (b)، بعد ذلك ننتقل لشحن الخلية التي تليها في التكلفة $(x_2 \, y_2)$ بكمية وقدرها (40)، ولأن الطاقة الإنتاجية للصف (x_2) تساوي القدرة الاستيعابية للعمود (y_2)، وهذا يترتب عليه قفل باقي خلايا الصف (x_2) والعمود (y_2) في نفس الوقت، والجدير بالذكر هنا أنه قد تم شحن خلية واحدة وأدى ذلك إلى قفل عمود وصف معاً، وهذا يؤدي إلى حدوث ظاهرة الانحلال، أي أن عدد الخلايا المشحونة سيكون أقل من $(m+n-1)$.

ولأن القدرة الاستيعابية مساوية للطاقة الإنتاجية، يتم قفل الصف والعمود في نفس الوقت، هذا طبعاً له تأثير سلبي على عدد الخلايا المشحونة، بمعنى آخر تكون عدد الخلايا المشحونة في هذه الحالة الخاصة أقل من عدد الخلايا المشحونة في الحالة الاعتيادية $(m+n-1)$، وهذا بدوره يؤدي إلى ظهور حالة الانحلال، وقد أشار (الجنابي، 2010، 203) إلى هذه النقطة، ولتوضيح وإثبات ذلك نفرض مصفوفة النقل التالية والمتمثلة في الجدول 1 (a):

	y_1	y_2	y_3	
x_1	1 20	4	5	20
x_2	10	2 40	3	40
x_3	6 10	7	7 50	60
	30	40	50	120

جدول 1 (b): ظاهرة الانحلال بالجدول المبدئي عندما تكون الكمية المتبقية من عملية الشحن مساوية لكمية صف أو عمود أخر

i. القيمة المتبقية من عملية الشحن مساوية لكمية عمود أو صف آخر.

في الفقرة السابقة تم إثبات أن ظاهرة الانحلال تظهر عند الحالة الخاصة (الطاقة الإنتاجية = القدرة الاستيعابية)، وتحديداً عند إعداد الجدول المبدئي. في هذه الفقرة نؤكد أن حالة الانحلال يمكن أن تظهر في الحالة الاعتيادية أيضاً (الطاقة الإنتاجية (≠) القدرة الاستيعابية) ويمكن توضيح هذه الحالة كالتالي: عند الانتهاء من شحن خلية لا تتساوى طاقتها الإنتاجية مع قدرتها الاستيعابية (يوجد فارق بينهما) يتم اقفال صف أو عمود تلك الخلية، وعند الانتقال لشحن خلية أخرى (خلية جديدة)، يكون حاصل جمع طاقتها الإنتاجية مع ذلك الفارق مساوياً لطاقتها الاستيعابية أو في حالة العكس (حاصل جمع القدرة لاستيعابية مع ذلك الفارق مساوياً للطاقة الإنتاجية)، ويترتب على ذلك إقفال صف وعمود الخلية الجديدة

معاً في نفس الوقت، وهذا بدوره يؤدي إلى انخفاض عدد الخلايا المشحونة عن $(m + n - 1)$، وعليه تظهر حالة الانحلال. ويمكن توضيح ذلك بفرض مشكلة النقل التالية المتمثلة في الجدول 2 (a):

	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	2	3	4	5	20
x_2	5	1	6	3	15
x_3	7	10	7	7	8
x_4	8	1	3	6	7
	18	17	10	5	50

جدول رقم 2 (a): مشكلة نقل متكونة من أربعة نقاط عرض وأربعة نقاط طلب

	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	2 18	3 2	4	5	20
x_2	5	1 15	6	3	15
x_3	7	10	7 8	7	8
x_4	8	1	3 2	6 5	7
	18	17	10	5	50

جدول رقم 2 (b): ظاهرة الانحلال بالجدول المبدئي عندما تكون الكمية المتبقية من عملية الشحن مساوية لكمية صف أو عمود أخر

في الجدول رقم 2 (a) لا يوجد تساوي بين القدرة الإنتاجية لأي نقطة عرض (7, 8, 15, 20) مع القدرة الاستيعابية لأي نقطة طلب (5, 10, 17, 18)، إلا أنه عند وضع الجدول المبدئي باستخدام طريقة التكلفة الاقل فإن حالة الانحلال تظهر هنا، فعند شحن الخلية $(x_2\ y_2)$ يتم قفل باقي خلايا الصف (x_2)، لأنه يحتوي على الكمية الأقل (17>15) كما يظهر في الجدول 2 (b)، ثم ننتقل لشحن الخلية المصاحبة للتكلفة الاقل وهي الخلية (x_1y_1) ويتم قفل باقي خلايا العمود (y_1)، ثم ننتقل للخلية التي تليها في التكلفة وهي (x_1y_2) حيث ان الكمية المتبقية لشحن الصف (x_1) وهي عدد 2 وحدات مساوية للكمية المتبقية لشحن العمود (y_2)، وبالتالي يتم شحن الخلية (x_1y_2) بعدد 2 من الوحدات مما سيودي إلى استنفاد كل القدرة الإنتاجية لصف (x_1) وهي (20=2+18)، بالإضافة إلى اكتمال تعبئة نقطة الطلب (y_2) وهي (17=2+15)، وبهذا تم قفل الصف (x_1) والعمود (y_2) في ذات الوقت، وهذا سيؤدي إلى حدوث حالة الانحلال.

b) ظهورها عند تحسين الحل

هنا نستطيع أن نؤكد أيضاً إن ظاهرة الانحلال يمكن إن تحدث عند أعداد جدول التحسين في الحالة الاعتيادية، ويمكن تفسير ذلك بناءً على نفس التحليل الذي ذكر في الفقرة السابقة (ii). ولتوضيح ذلك نفرض مشكلة النقل التالية والمتمثلة في الجدول 3 (a)، والذي يوضح الحل المبدئي بدون انحلال، فالخلايا المشحونة $(x_1y_1 , x_1y_2 , x_1y_3 , x_2y_3 , x_3y_3 , x_3y_4)$ وعددها 6 والذي يساوي $(m + n - 1 = 3 + 3 - 1 = 6)$، إلا أنه عند تحسين الحل بواسطة استخدام طريقة حجر التخطي بواسطة الخلية (x_2y_1) بواسطة المضلع $[+(x_2y_1) -(x_1y_1) +(x_1y_3) -(x_2y_3)]$ وكان ناتج المضلع يحتوي علي اكبر قيمة سالبة $(-9 = 9 - 8 + 10- 2)$ وبناء عليه ظهرت حالة الانحلال كما يتضح من الجدول رقم 3 (b).

	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	10 / 15	3 / 10	8 / 5	6	30
x_2	2	5	9 / 15	2	15
x_3	4	6	8 / 5	7 / 10	15
	15	10	25	10	60

جدول 3 (a): الحل المبدئي (4×3) لمشكلة نقل دون ظهور حالة الانحلالية

	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	10	3 / 10	8 / 20	6	30
x_2	2 / 15	5	9	2	15
x_3	4	6	8 / 5	7 / 10	15
	15	10	25	10	60

جدول 3 (b): يوضح ظهور ظاهرة الانحلال عند القيام بعملية عملية بتحسين الحل

2.3 ما مدى صحة وجهات نظر الكُتاب من حيث إمكانية تحسين الحل في ظل وجود حالة الانحلال؟

بعد الاطلاع على أدبيات الموضوع تبين أن وجهات نظر البحاث والمؤلفين تنقسم كالتالي:

i. الفريق الأولى لم يتعرضوا أو يناقشوا هذه الظاهرة لا من قريب و لا بعيد ومن هؤلاء الكُتاب: المنصوري (1996) ،حسين (1999) ، الكبيسي (1999)، مرجان (2002) ، العتوم (2005)، الفياض (2007)، الجواد(2008)، الشيخ (2009)، حسين (2009)، حمدان (2010)، الفضل (2010)، Juraj (2014)، Taha (2007).

ii. بالنسبة للفريق الثاني فقد تعرضوا لمناقشة هذه الظاهرة، إلا أن دراستهم لها لم تكن مستفيضة وهي خالية من التحليل، وأكدوا بأنه يمكن علاج حالة الانحلال ومن ثم الاستمرار في عملية تحسين الحل، وذلك بتخصيص قيمة صفر في إحدى الخلايا الغير مشحونة، وآخرون رأوا بأنه يمكن تجنب الوقوع في هذه الظاهرة أصلاً، وذلك بإضافة قيمة ثابتة (d) إلى القدرات الإنتاجية والقدرات الاستيعابية، وسيتم توضيح هذه الأساليب بالتفصيل في النقطتين التاليتين:

1) تخصيص قيمة صفر في إحدى الخلايا الغير مشحونة:

تستخدم هذه الطريقة عند الوقوع في ظاهرة الانحلال، ويتم الخروج من فخ الانحلال عن طريق تخصيص صفر في إحدى الخلايا الغير المشحونة، لجعل عدد الخلايا المشحونة يساوي ($m + n - 1$)، ومن تم الاستمرار في تحسين الحل.

وتجدر الاشارة هنا بانه لا توجد قاعدة ثابتة في تحديد الخلية الفارغة التي يجب شحنها بالصفر، إلا أنه في الغالب يتم شحن الخلية التي تشكل مع باقي الخلايا المشحونة مضلعات اختبار لكل الخلايا الغير مشحونة.

2) إضافة قيمة ثابتة (d) إلى الطاقة الإنتاجية أو القدرة الاستيعابية:

هذه الطريقة تستخدم لتجنبي الوقوع في حالة الانحلال أصلاً، هناك بعض المؤشرات يمكن استخدامها في التنبؤ بظاهرة الانحلال، فمثلاً تساوي الطاقة الإنتاجية لنقطة طلب أو أكثر مع القدرة الاستيعابية لإحدى نقاط العرض أو أكثر، فعند شحن خلية تكون طاقتها الإنتاجية وقدرتها الاستيعابية المناظرة لها متساوية يتم إقفال الصف والعمود في ذات الوقت (حدوث انحلال). الفكرة الأساسية الكامنة وراء هذه الطريقة هو إضافة قيمة (d) إلى نقاط الطلب أو نقاط العرض من أجل جعل قدراتها تختلف (القضاء على حالة التساوي بين اطاقة الانتاجية والقدرة الاستيعابية). لتوضيح آلية عمل هذه الطريقة، سيتم عرض مثال تم اقتباسه من أحد المراجع (موقع إلكتروني يحتوي على إحدى المواد الدراسية (MPA-H2040) Quantitative Techniques for Managers) انظر الموقع الإلكتروني المدون بقائمة المراجع الأجنبية رقم 5 ص 89) والمتمثل في الجدول 4 (a)، الذي يوضح مشكلة نقل تظهر بها حالة الانحلال عند اتباع طريقة التكلفة الأقل عند اعداد الجدول المبدئي. لذلك تم اقتراح هذه الطريقة وإضافة (d) الي جميع نقاط العرض (X , Y , Z) وإضافة (d3) الي

نقطة الطلب (D) ويتم بعد ذلك شحن الخلايا بما يتناسب مع الكميات المطلوبة والمعروضة ويكون ناتج عملية شحن الخلايا باتباع طريقة التكلفة الأقل كالتالي:

$(X_{11}=200+d\ ,\ X_{12}=800\ ,\ X_{21}=700-d\ ,\ X_{23}=2d\ ,\ X_{33}=500-2d\ , X_{34}=400+3d)$

ويتضح ذلك في الجدول 4 (b)، ومن ثم تمت عملية تحسين الحل فيما بعد بطريقة (التوزيع المعدل).

	A	B	C	D	
X	2	2	2	4	1000
Y	4	6	4	3	700
Z	3	2	1	0	900
	900	800	500	400	2600

جدول رقم 4 (a): يوضح مشكلة نقل من نوع (4×3)

	A	B	C	D	
X	(2) 200+d	(2) 800	(2)		1000+d
Y	(4) 700-d	(6)	(4) 2d	(4 3)	700+d
Z	(3)	(2)	(1) 500-2d	(0) 400+3d	900+d
	900	800	500	400+3d	2600

جدول 4(b): يوضح إضافة القيمة (d) وإعداد الجدول المبدئي باستخدام طريقة التكلفة الأقل

3.3 ما هي أوجهه القصور الموجهة للطرق المستخدمة في علاج الظاهرة:

كما سبق الذكر هنالك طريقتين تستخدم للتغلب على ظاهرة الانحلال، إلا أنه عند دراسة وتحليل هاتين الطريقتين تبين أن كلاً منها يشوبها القصور، بمعنى أنه لا يمكن استخدام هاتين الطريقتين في حل كل حالات الانحلال، ويمكن توضيح أوجه قصور هاتين الطرقتين ذلك كما يلي:

1) القصور في طريقة تخصيص الصفر:

يمكن استخدام هذه الطريقة في التغلب على ظاهرة الانحلال، إلا أنه نؤكد هنا بأنه لا يمكن استخدامها في جميع حالات الانحلال، فتخصيص الصفر في خلية ما ليس له أي معنى، فوجود الصفر في الخلية يظل يعني أن الخلية فارغة (غير مشحونة)، ففي حالة تحسين الحل وتحديداً في حالة إعادة توزيع الجدول لا يمكن طرح أي كمية من هذه الخلية، بمعنى آخر عندما تكون قيمة حاصل جمع دليل التحسين تساوي قيمة سالبة، يعني أن الحل يمكن تحسينه، ويتم التحسين بإضافة كمية إلى الخلايا الموجودة على رؤوس المضلع التي تحمل إشارة موجبة وطرح ذات الكمية من الخلايا الموجودة على رؤوس المضلع التي تحمل إشارة سالبة، وعندما تكون الخلية المشحونة بالصفر هي إحدى رؤوس المضلع الذي يحمل إشارة سالبة، فإنه لا يمكن طرح تلك القيمة لأن الخلية هي أصلاً فارغة (تساوي صفر)، وبهذا نؤكد أن هذا الطريقة غير فعالة ويشوبها الخلل، فإضافة الصفر لا تعني شيئا، وسيتم عرض مثال من أحد المراجع (كعبور،1992:215) من أجل الوقوف على هذا الخلل المتمثل بالجدول 5 الذي يتضمن حالة انحلال، لأن عدد الخلايا المشحونة 6 وهي $(x_1y_1\ ,\ x_1y_2\ ,\ x_2y_2\ ,\ x_3y_3\ ,\ x_4y_3\ ,\ x_4y_4)$ في حين أن $(m + n – 1= 7)$.

	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	(2) 18	(3) 2	(4)	(5)	20
x_2	(5)	(1) 15	(6)	(3)	15
x_3	(7)	(4) **0**	(7) 8	(7)	8
x_4	(8)	(1)	(3) 2	(6) 5	7
	18	17	10	5	50

جدول رقم (5): جدول لمشكلة نقل تحتوي على ظاهرة الانحلال (أنظر كعبور،1992:215)

من أجل علاج ظاهرة الانحلال في هذا المثال قام المؤلف بتخصيص قيمة الصفر في الخلية (x_3y_2)، حتى تصبح عدد الخلايا المشحونة 7، ومن ثم الاستمرار في عملية التحسين بالشكل الطبيعي، إلا أن هذا يتعذر بسبب عدم إمكانية تحسين لو تبين أن أحد رؤوس المضلع التي تحمل إشارة سالبة تكون خلية مشحونة بالصفر، لأنه لا يمكن طرح أي كمية من الصفر وفقا لقيد عدم السلبية ، ومثال ذلك الخلية (x_3y_1)، فيتبين من الجدول (6) أن مضلع اختبار هذه الخلية يتم من خلال تتبع المسار (x_3y_1 , x_1y_1 , x_1y_2 , x_3y_2) وإشارات هذه الخلايا هي (− , + , − , +) على التوالي، ويتبين أيضاً أن إشارة الخلية المشحونة بالصفر سالبة، وهذا يعني عدم أمكانية تحسين الحل باستخدام (x_3y_1)، لأنه لا يمكن خلق التوازن في الجدول عند اعادة توزيع كميات خلايا الجدول، فلا يمكن طرح قيمة (18) من الخلية (x_3y_2) لآنها تساوي صفر فهذا غير منطقي. والتحليل السابق ينطبق أيضاً على مضلع اختبار الخلية (x_4y_2) والتي مسار مضلعها (x_4y_2 , x_3y_2 , x_3y_3 , x_4y_3). وننوه هنا أيضا إلى أن تخصيص الصفر في خلية أخرى (غير x_3y_2)، لن يحل هذه المعضلة بناءً على نفس التحليل السابق، بل أن المشكلة يمكن أن تتعقد أكثر، بمعنى آخر أحياناً عند تخصيص الصفر في خلية أخرى، لا يمكننا من إيجاد مضلع اختبار لكل الخلايا الغير مشحونة، فمثلاً عند تخصيص الصفر في الخلية (x_2y_1) لا يمكن ايجاد مضلع اختبار للخلية (x_1y_3).

	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	(2) 18 ⊖	(3) 2 ⊕	(4)	(5)	20
x_2	(5)	(1) 15	(6)	(3)	15
x_3	(7) ⊕	(4) **0** ⊖	(7) 8	(7)	8
x_4	(8)	(1)	(3) 2	(6) 5	7
	18	17	10	5	50

جدول رقم (6): مضلع اختبار الخلية (x_3y_1) بعد تخصيص الصفر في الخلية (x_3y_2)

2) إضافة قيمة (d) إلى الطاقة الإنتاجية والقدرة الاستيعابية:

إن هذه العملية تستخدم كإجراء احترازي لتفادي الوقوع في ظاهرة الانحلال عند وجود مؤشر يدل على إمكانية ظهورها، ونؤكد هنا بأن المؤشر الذي يتم استخدامه عند هذه الطريقة، هو تساوي على الأقل إحدى نقاط الطلب مع إحدى نقاط العرض، وهذا بدوره يجعل هذه الظاهرة تحدث في الجدول المبدئي كما تم توضيحه في الفقرة 2.4 بالنقطة (a) بالجزئية (i)، وبما أن ظاهرة الانحلال لا تظهر في الجدول المبدئي فقط بل يمكن أن تظهر أيضاً في إحدى جداول التحسين كما تم توضيحه في الفقرة 2.4 بالنقطة (*a*) بالجزئية (ii)، وبما أنه لا يوجد مؤشر يدل على إمكانية ظهور الانحلال في هذه الحالة (جداول التحسين)، هذا يعني أن هذه الطريقة عاجزة على علاج أو تفادي ظاهرة الانحلال عند ظهورها في إحدى جداول التحسين.

2- الخلاصة:

من النتائج التي تم التوصل اليها في هذه الورقة هو أن ظاهرة الانحلال تحدث عندما تكون عدد الخلايا المشحونة أقل من m ($+ \; n \; -1$) ، ويحدث في اذلك لجدول المبدئي إذا تساوت الطاقة الإنتاجية المناظرة لخلية ما مع قدرتها الاستيعابية، أو عندما يكون الفارق بين الطاقة الإنتاجية القدرة الاستيعابية للخلية التي تم شحنها مساوياً للطاقة الإنتاجية أو القدرة الاستيعابية للخلية التي سيلي شحنها، وأن السبب الأخير هذا يمكن أن يؤدي إلى ظهور ظاهرة الانحلال في إحدى جداول التحسين. ومن خلال مناقشة وجهات نظر البُحاث حول الحلول المقترحة لعلاج الظاهرة، تبين إن هنالك طريقتين لعلاج هذه الظاهرة، ففي الطريقة الأولى يتم تخصيص قيمة صفر في احدى الخلايا الغير مشحونة ومن ثم الاستمرار في الحل، والطريقة الثانية إضافة قيمة (d) إلى الطاقة الإنتاجية أو القدرة الاستيعابية في حالة تساويهما. وقد تم نقد هذه الطرق، بمعنى تحديد أوجه القصور في كل طريقة، ففي الطريق الأولى لا يمكن تحسين الحل إذا تبين إن أحد الرؤوس السالبة لمضلع الاختبار هي الخلية التي شحنت بقيمة الصفر، أما وجه

القصور في الطريقة الثانية هو عدم إمكانية استخدامها إذا ظهر الانحلال في أحد جداول التحسين.

المراجع

1. الجنابي، محمود حسين (2010). الأحدث في بحوث العمليات، دار حامد للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.
2. الجواد، دلال، وصادق الفتال (2008). بحوث العمليات، دار اليازوري، عمان.
3. الشيخ، أبو القاسم حسن (2009). بحوث العمليات، المجموعة للنشر والتوزيع.
4. الصفدي، محمد سالم (1999). بحوث العمليات تطبيق وخوارزميات، دار وائل للنشر ، عمان.
5. الكبيسي، موفق (1999). بحوث العمليات، دار حامد، الأردن.
6. المنصوري، محمود محمد (1996). أساليب بحوث العمليات واستخداماتها في ترشيد
7. العتوم، شفيق (2005) . بحوث العمليات، دار المناهج عمان.
8. الفضل، مؤيد (2010). المنهج الكمي في اتخاذ القرارات المثلي ، اليازوري العلمية للنشر والتوزيع عمان.
9. الفياض، محمود، وعيسي قدادة (2007). بحوث العمليات، دار اليازوري، عمان.
10. الموسوي، عبد الرسول عبد الرازق (2009) . المدخل الي بحوث العمليات، دار وائل، عمان.
11. النعيمي، محمد عبد العال، ورفاه شهاب الحمداني ، واحمد شهاب الحمداني (2011) . بحوث العمليات، ط2 دار وائل للنشر والتوزيع.
12. حمدان، فتحي خليل (2010) . بحوث عمليات مع تطبيقات باستخدام الحاسوب، دار وائل، عمان .
13. صبري، عزام (2003). أساسيات في بحوث العمليات. عالم الكتب الحديث الأردن .
14. طعمة، حسين ياسين، ومروان حسين البنور ، وايمان حسين حنوس (2009). بحوث العمليات نماذج وتطبيقات ، دار الصفاء، عمان.
15. عبيدات، سليمان خالد (2015). الأساليب الكمية في الإدارة ، دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان.
16. علي، حسين، ومؤيد الفضل، ونجاح إبراهيم (1999). بحوث العمليات وتطبيقاتها في وظائف المنشاة، دار زهران عمان.
17. فرحات، حيدر محمد، ومحمد سليمان عواد (1998) . بحوث العمليات النظرية والتطبيق، دار الفكر ، عمان.
18. كعبور، محمد (1992). أساسيات بحوث العمليات ، كلية المحاسبة، غريان.
19. مرجان، سليمان محمد (2002). بحوث العمليات ، دار الكتب الوطنية بنغازي، ليبيا.
20. FREDERICK S. HILLIER, GERALD J. LIEBERMAN.2000. Introduction to Operations Research Education 7th ed. McGraw-Hill Higher Education, New York.
21. JURAJ STACHO. 2014. Introduction to Operations Research Deterministic Models7th ed , Columbia University. , New York.
22. Rama Murthy STACHO . 2007. Operations Research, 2th ed. New AGE international , New Delhi.
23. Hamdy A.Taha.2007. Operations Research AN Introduction 8th ed.Pearson prentice hell , New Jersey.

1. (www.pondiuni.edu.in/storage/dde/downloads/mbaii_qt) PM11:15-2016/7/3